**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Комбинаторная оптимизация

Combinatorial Optimization

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 057557

Санкт-Петербург

2020

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

1. **Цели и задачи учебных занятий**

Сообщение сведений о комбинаторной оптимизации в объеме, необходимом для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла. Усвоение основных идей, понятий и фактов теории комбинаторной оптимизации.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Владение курсом «Теоретическая информатика».

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: теория паросочетаний, теория потоков, выпуклое программирование, аппроксимационные методы. Дисциплина участвует в формировании компетенций обучающихся по образовательной программе, установленных учебным планом для данной дисциплины.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Лекции 32 часа, консультации 2 часа, экзамен 2 часа.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 6 | 32 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 10 |  | 26 |  | 4 | 2 |
|  | 2-100 |  | 2-100 |  |  |  |  |  | 2-100 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 32 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 10 |  | 26 |  |  | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 6 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Период обучения (модуль): **Семестр 6**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование темы (раздела, части) | Вид учебных занятий | Количество часов |
| 1 | Теория паросочетаний | Лекции | 8 |
| практические занятия |  |
| в присутствии преподавателя |  |
| по методическим материалам | 8 |
| 2 | Теория потоков | Лекции | 8 |
| практические занятия |  |
| в присутствии преподавателя |  |
| по методическим материалам | 10 |
| 3 | Выпуклое программирование | Лекции | 8 |
| практические занятия |  |
| в присутствии преподавателя |  |
| по методическим материалам | 10 |
| 4 | Аппроксимационные методы | Лекции | 8 |
| практические занятия |  |
| в присутствии преподавателя |  |
| по методическим материалам | 10 |
| 5 | Экзамен | промежуточная аттестация (ауд) | 2 |
| промежуточная аттестация (с.р.) | 38 |

**Раздел 1:** Теория паросочетаний

1. Теорема Холла. Алгоритм поиска максимального паросочетания в графе.

2. Теорема Кёнига. Теорема Фробениуса–Холла. Венгерский алгоритм поиска максимального паросочетания в двудольном графе, а также оценка на его временную сложность.

3. Алгоритм Эдмондса поиска максимального паросочетания в произвольном графе, а также оценка на его временную сложность. Теорема Тата.

4. Комбинаторика многогранников.

5. Политоп паросочетаний: случай двудольных графов.

6. Политоп паросочетаний: случай произвольных графов (включая теорему Эдмондса).

**Раздел 2:** Теория потоков

1. Теорема Менгера. Базовый алгоритм поиска максимального потока. Теорема Форда—Фалкерсона (о максимальном потоке и минимальном разрезе). Замечание по поводу эффективности базового алгоритма поиска максимального потока.

2. Слабо полиномиальный и сильно полиномиальный алгоритмы поиска максимального потока.

3. Рандомизированный алгоритм поиска минимального разреза в неориентированном графе, а также анализ его временной сложности.

4. Слабо полиномиальный алгоритм поиска потока минимальной стоимости в ориентированном графе.

**Раздел 3:** Выпуклое программирование

1. Линейные программы. Теорема о слабой двойственности.

2. Лемма Фаркаша и её следствия. Теорема о сильной двойственности.

3. Симплекс-метод и его особенности.

4. Альтернативное доказательство сильной дуальности, основанное на идеях симплекс-метода.

5. Прямо-двойственный (Primal-Dual) алгоритм.

6. Метод внутренней точки.

**Раздел 4:** Аппроксимационные алгоритмы

1. Метод эллипсоидов, а также оценки, связанные с его временной сложностью.

2. Отделяющие оракулы и их применение к проблемам выпуклой оптимизации.

3. Применение отделяющих оракулов к комбинаторным проблемам.

4. Аппроксимационные алгоритмы и их применение к различным проблемам (минимальные вершинные покрытия, задача коммивояжёра и задача о покрытии множества).

5. Линейные релаксации и их применение.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Посещение лекций и практических занятий.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

*Методика проведения экзамена*

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

*Критерии выставления оценок*

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя. В болонской шкале оценка может быть скорректирована в ту или иную сторону с учетом малозначительных погрешностей изложения или, напротив, углубленного изложения материала.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

Соответствие оценки СПбГУ и оценки ECTS (Европейской системы переноса и накопления зачётных единиц):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Итоговый процент выполнения, % | Оценка СПбГУ при  проведении зачёта | Оценка ECTS | Оценка СПбГУ при  проведении экзамена |
| 90-100 | зачтено | A | отлично |
| 80-89 | зачтено | B | хорошо |
| 70-79 | зачтено | C | хорошо |
| 60-69 | зачтено | D | удовлетворительно |
| 50-59 | зачтено | E | удовлетворительно |
| менее 50 | не зачтено | F | неудовлетворительно |

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации:

— выдача домашних заданий по комбинаторной оптимизации;

— консультирование обучающихся;

— проверка результатов выполнения домашних заданий.

Период обучения (модуль): **Семестр 6**

Темы **задач**:

1. Алгоритмы поиска максимального паросочетания в графе (как двудольном, так и произвольном), а также оценки на их временную сложность.

2. Комбинаторика многогранников.

3. Политоп паросочетаний (как случай двудольных графов, так и случай произвольных графов).

4. Алгоритмы поиска максимального потока, а также анализ их эффективности.

5. Рандомизированный алгоритм поиска минимального разреза в неориентированном графе, а также анализ его временной сложности.

6. Алгоритмы поиска потока минимальной стоимости в ориентированном графе, а также оценки на их временную сложность.

7. Линейное программирование. Слабая и сильная двойственность.

8. Симплекс-метод.

9. Прямо-двойственный (Primal-Dual) алгоритм.

10. Метод внутренней точки.

11. Метод эллипсоидов, а также оценки, связанные с его временной сложностью.

12. Отделяющие оракулы и их применение к проблемам выпуклой оптимизации и комбинаторным проблемам.

13. Аппроксимационные алгоритмы и их применение к различным проблемам.

14. Линейные релаксации и их применение.

**Список вопросов к экзамену:**

1. Теорема Холла. Алгоритм поиска максимального паросочетания в графе.

2. Теорема Кёнига. Теорема Фробениуса–Холла. Венгерский алгоритм поиска максимального паросочетания в двудольном графе, а также оценка на его временную сложность.

3. Алгоритм Эдмондса поиска максимального паросочетания в произвольном графе, а также оценка на его временную сложность. Теорема Тата.

4. Комбинаторика многогранников.

5. Политоп паросочетаний: случай двудольных графов.

6. Политоп паросочетаний: случай произвольных графов (включая теорему Эдмондса).

7. Теорема Менгера. Базовый алгоритм поиска максимального потока. Теорема Форда—Фалкерсона (о максимальном потоке и минимальном разрезе). Замечание по поводу эффективности базового алгоритма поиска максимального потока.

8. Слабо полиномиальный и сильно полиномиальный алгоритмы поиска максимального потока.

9. Рандомизированный алгоритм поиска минимального разреза в неориентированном графе, а также анализ его временной сложности.

10. Слабо полиномиальный алгоритм поиска потока минимальной стоимости в ориентированном графе.

11. Линейные программы. Теорема о слабой двойственности.

12. Лемма Фаркаша и её следствия. Теорема о сильной двойственности.

13. Симплекс-метод и его особенности.

14. Альтернативное доказательство сильной дуальности, основанное на идеях симплекс-метода.

15. Прямо-двойственный (Primal-Dual) алгоритм.

16. Метод внутренней точки.

17. Метод эллипсоидов, а также оценки, связанные с его временной сложностью.

18. Отделяющие оракулы и их применение к проблемам выпуклой оптимизации.

19. Применение отделяющих оракулов к комбинаторным проблемам.

20. Аппроксимационные алгоритмы и их применение к различным проблемам (минимальные вершинные покрытия, задача коммивояжёра и задача о покрытии множества).

21. Линейные релаксации и их применение.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Анкета для студентов для оценки качества преподавания курса.

Просим Вас заполнить анкету-отзыв по прочитанной дисциплине. Обобщенные данные анкет будут использованы для ее совершенствования. По каждому вопросу проставьте соответствующие оценки по шкале от 1 до 10 баллов (обведите выбранный Вами балл). В

случае необходимости впишите свои комментарии.

1. Насколько Вы удовлетворены содержанием дисциплины в

целом?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

2. Насколько Вы удовлетворены общим стилем преподавания?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

3. Как Вы оцениваете качество подготовки предложенных

методических материалов?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

4. Насколько Вы удовлетворены использованием

преподавателями активных методов обучения?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

5. Какой из модулей (разделов) дисциплины Вы считаете наиболее полезным, ценным с точки зрения дальнейшего обучения и/или

применения в последующей практической деятельности?

Комментарий\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

6. Что бы Вы предложили изменить в методическом и

содержательном плане для совершенствования преподавания данной

дисциплины?

Комментарий\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

СПАСИБО!

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные стандартным оборудованием, используемым для обучения в СПбГУ в соответствии с требованиями материально-технического обеспечения.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Стандартное оборудование, используемое для обучения в СПбГУ. MS Windows, MS Office, Mozilla FireFox, Google Chrome, Acrobat Reader DC, WinZip, Антивирус Касперского.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не требуется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не требуется.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Ahuja, R.K.,‎ Magnanti, T.L., and‎ Orlin, J.B. Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications. — Prentice Hall, 1993. — 864 p.

2. Bertsimas, D., and Tsitsiklis, J. Introduction to Linear Optimization. — Athena Scientific, 1997. — 608 p.

2. Chvatal, V. Linear Programming. — W.H. Freeman, 1983. — 478 p.

3. Cook, W.J., Cunningham, W.H., Pulleyblank, W.R., and Schrijver, A. Combinatorial Optimization. — Wiley, 1997. — 368 p.

4. Lovász, L., and Plummer, M.D. Matching Theory. — North-Holland, 1986. — 543 p.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Papadimitriou, C.H., and Steiglitz, K. Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity. — Dover, 1998. — 528 p.

2. Schrijver, A. Theory of Linear and Integer Programming. — John Wiley & Sons, 1999. — 484 p.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

1. Сайт Научной библиотеки им. М. Горького СПбГУ: http://www.librarv.spbu.ru/

2. Электронный каталог Научной библиотеки им. М. Горького СПбГУ: http://www.librarv.spbu.ru/cgibin/irbis64r/cgiirbis 64.ехе?С21 COM=F&I21 DBN=IBIS&P21 DBN=IBIS

3. Перечень электронных ресурсов, находящихся в доступе СПбГУ: http://cufts.librarv.spbu.ru/CRDB/SPBGU/

4. Перечень ЭБС, на платформах которых представлены российские учебники, находящиеся в доступе СПбГУ: http://cufts.library.spbu.ru/CRDB/SPBGU/browse?name=rures&resource tvpe=8

**Раздел 4. Разработчики программы**

Гирш Эдуард Алексеевич, доктор физико-математических наук, профессор СПбГУ, hirsch@pdmi.ras.ru